А.В. Ворон

«Бог всегда остается геометром»
Платон

Способ расчета параллелепипедов Эйлера второго семейства на основе значений пифагоровых троек параллелепипедов Эйлера первого семейства, наибольших общих делителей

Аннотация. Найден не формульный способ расчета параллелепипедов Эйлера второго семейства на основе значений пифагоровых троек параллелепипедов Эйлера первого семейства, наибольших общих делителей. Для этого в фигуре выделяется три треугольника с целочисленными значениями сторон. Далее – из полученных треугольников посредством подбора значения их наибольших общих делителей – определяются пифагоровы тройки. Эти тройки заносятся в таблицу. Приемом перекрестной расстановки в таблице двух значений (из трех) пифагоровых троек (посредством описанного алгоритма математических операций) вычисляются значения трех сторон «производного» параллелепипеда Эйлера.

Ключевые слова: способ получения параллелепипедов Эйлера, пифагорова тройка, параллелепипед Эйлера второго семейства, наибольший общий делитель.

Введение. Известно, что прямоугольный параллелепипед, у которого целочисленны только рёбра и диагонали граней, называется параллелепипед Эйлера. Самый маленький из параллелепипедов Эйлера был найден Паулем Хальке в 1719 году [1] (рисунок). В общей сложности найдено пять параллелепипедов Эйлера до значения ребер не более 1000 – (240, 117, 44), (720, 132, 85), (275, 252, 240), (792, 231, 160), (693, 480, 140).

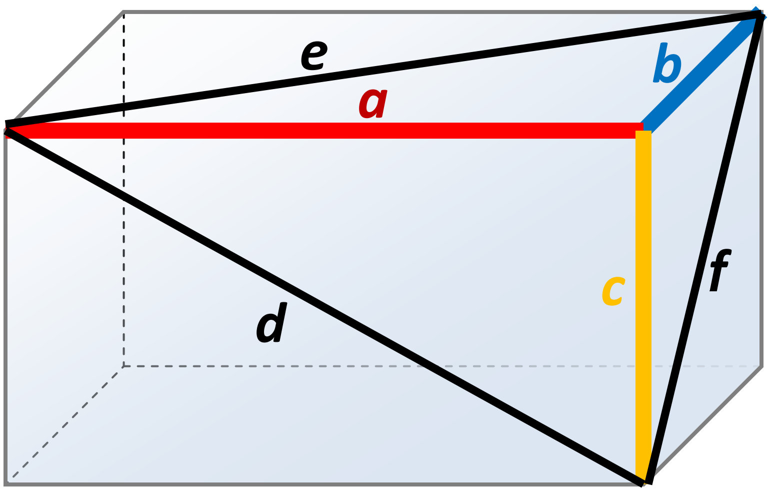

Рисунок – Параллелепипед Эйлера, где: a, b, c, d, e, f– целые числа

Известно, что Эйлер описал два семейства параллелепипедов, которые задаются формулами аналогичными формулам для нахождения значений пифагоровых треугольников. Одно из семейств параллелепипедов Эйлера (первое) задается формулами (при $n>3$):

$$a=n^6-15n^4+15n^2-1 \tag{1}$$

$$b=6n^5-20n^3+6n \tag{2}$$

$$c=8n^5-8n \tag{3}$$

В любом прямоугольном параллелепипеде можно выделить три ребра задающих линейные размеры объемной фигуры. В случае с параллелепипедом Эйлера можно так же выделить три различных прямоугольных треугольника с целочисленными значениями ребер и диагоналей фигуры. Далее – из значений линейных размеров полученных прямоугольных треугольников можно выявить наибольшие их общие делители и получить, таким образом, три примитивных пифагоровых тройки. Таким образом, любой параллелепипед Эйлера можно рассматривать как геометрический объект, основанный на трех примитивных пифагоровых тройках. В этой связи предполагается, что существует способ расчета параллелепипедов Эйлера второго семейства на основе значений пифагоровых троек параллелепипедов Эйлера первого семейства.

Основная часть. Нами рассчитаны из восьми параллелепипедов Эйлера первого семейства посредством оригинального способа столько же параллелепипедов Эйлера второго семейства (таблица).

Таблица – Значения примитивных пифагоровых троек, наибольших общих делителей трех ребер параллелепипедов Эйлера двух семейств и их значения

Номер параллелепипеда, номер семейства	Пифагорова тройка (примитивная)			Наибольший общий делитель ребер параллелепипеда	Значение ребер параллелепипеда Эйлера I семейства	Номер параллелепипеда, номер семейства	Пифагорова тройка (примитивная)			Наибольший общий делитель ребер параллелепипеда	Значение ребер параллелепипеда Эйлера II семейства
0-I	11	60	61	4	240	0-II	11	60	61	39	2340
	39	80	89	3	117		39	80	89	11	880
	44	117	125	1	44		44	117	125	20	429
1-I	11	60	61	12	720	1-II	11	60	61	17	1584
	17	144	145	5	132		17	144	145	11	1020
	85	132	157	1	85		85	132	157	12	187
2-I	20	21	29	12	275	2-II	20	21	29	55	1155
	48	55	73	5	252		48	55	73	21	1100
	252	275	373	1	240		252	275	373	4	1008
3-I	7	24	25	33	792	3-II	7	24	25	20	693
	20	99	101	8	231		20	99	101	7	480
	160	231	281	1	160		160	231	281	3	140
4-I	69	260	269	12	3120	4-II	69	260	269	407	105820
	407	624	745	5	2035		407	624	745	69	43056
	828	2035	2197	1	828		828	2035	2197	52	28083
5-I	611	1020	1189	8	8160	5-II	611	1020	1189	33	332384
	33	544	545	15	4888		33	544	545	611	33660
	495	4888	4913	1	495		495	4888	4913	68	20163
6-I	793	1776	1945	35	62160	6-II	793	1776	1945	3531	6271056
	3531	5180	6269	12	42372		3531	5180	6269	793	4107740
	27755	42372	50653	1	27755		27755	42372	50653	148	2800083
7-I	429	700	821	192	134400	7-II	429	700	821	1679	1175300
	1679	2400	2 929	56	94024		1679	2400	2 929	429	1029600
	10296	11753	15 625	8	82368		10296	11753	15 625	100	720291
8-I	3201	4160	5 249	63	262080	8-II	3201	4160	5 249	11651	52432380
	11651	16380	20 101	16	201663		11651	16380	20 101	3201	48468160
	186416	201663	274 625	1	186416		186416	201663	274 625	260	37294851

Первое семейство «I» можно определить как «родительское», а второе «II» – как «производное». Семейство «I» составлено нами из известных уже значений четырех параллелепипеда Эйлера до значения ребер не более 1000 [1] и еще четыре – из полученных значений задаваемых формулами (1), (2), (3). Другие же восемь параллелепипедов Эйлера семейства «II» (названных нами «производными») получены из первых восьми «родительских» параллелепипедов Эйлера семейства «I» посредством способа, алгоритм которого состоит из следующих математических операций:

– расчет значений ребер параллелепипеда Эйлера семейства «I» согласно формулам Эйлера (1), (2), (3);

– определение трех наибольших общих делителей ребер параллелепипеда (сравнивая по значениям делителей трех пар ребер);

– выявление посредством деления значений ребер параллелепипеда семейства «I» на полученные значения наибольших общих делителей ребер примитивных пифагоровых троек;

– составление в табличном виде трех позиций из трех пифагоровых троек в трех строках и двух столбцах. При этом происходит дублирование первого столбца со значениями трех примитивных пифагоровых троек параллелепипеда семейства «I» (таблица);

– запись в столбец «Наибольший общий делитель ребер параллелепипеда» II семейства значений пары чисел примитивных пифагоровых троек с наименьшей их суммой (перекрестная расстановка двух значений в таблице из трех пифагоровых троек – одно из наименьших значений одной пифагоровой тройки будет множителем для другой тройки и наоборот (таблица) и соответственно так же для другой пифагоровой тройки);

– перемножение значений таблицы из двух пифагоровых троек (значений большего и меньшего катетов) на значения двух множителей – происходит расчет значения наименьшего из ребер параллелепипеда II семейства (таблица);

– перемножение вторых чисел каждой примитивной пифагоровой тройки параллелепипеда II семейства (больший катет) на значения двух множителей (полученные значения – длины трех ребер параллелепипеда II семейства);

– нахождение множителя третьей пифагоровой тройки посредством деления полученного значения ребра параллелепипеда Эйлера (среднее по ранжированию) на наименьшее значение наибольшей по сумме из трех примитивных пифагоровых троек.

Заключение. Вероятно, существует бесконечное множество параллелепипедов Эйлера как первого «I» «родительского» семейства так и, «производных» от них, параллелепипедов II семейства. Подобная дихотомия обусловлена, на наш взгляд, действием наиболее общих закономерностей (в частности – первым законом диалектики – законом «Единства и борьбы противоположностей», но уже применимым к нематериальным и идеальным объектам). В качестве противоположностей, в данном случае, выступают числовые значения параллелепипедов «I» семейства по отношению к таковым «II» семейства.

Нами обосновывается представление о числах как об идеальных объектах, к которым применимы законы диалектики: как мы соотносим диалектические закономерности к материальным объектам, так, соответственно, мы соотносим эти законы и к выделенным нами объектам-идеям (числам).

Список литературы:

1. Стюарт, И. Величайшие математические задачи. – М.: Альпина нон-фикшн, 2016. – С. 407.