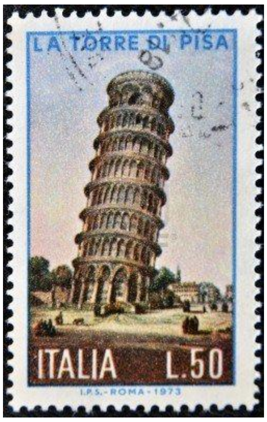
Н. Ф. Семенюта

«LIBER ABACI» – ВЕЛИКИЙ ТРУД ВЕЛИКОГО МАТЕМАТИКА

Статья написана ко дню Фибоначчи (23 ноября) и 820-летию издания главного труда выдающегося математика средневековой Европы Леонардо Фибоначчи трактата «Liber abaci» («Книга абака», 1202). По ясности, полноте и глубине изложения трактат сразу стал выше всех античных и исламских прототипов, и в течение нескольких столетий был непревзойдённым источником арифметических и алгебраических сведений по математике того времени. Именно по «Liber abaci» европейцы познакомились с индусскими и арабскими цифрами и др., и широко использовали в своих трудах. Трактат и сегодня остается величайшим историческим наследием математико-гармонических представлений о числах и гармонии.

В 1202 году, т. е. 820 лет назад, математик Леонардо Фибоначчи (1170–1250) издал свой выдающийся трактат по арифметике «Liber abaci» («Книга абака»). Леонардо Фибоначчи, он также Леонардо Пизанский из итальянского города Пизы, города, известного многим по падающей башне [1, 2, 3].



В то время Пиза была одним из крупнейших коммерческих и торговых центров Европы, активно сотрудничавших с исламским Востоком. Отец Фибоначчи, будучи успешным торговцем, позволил сыну получить хорошее математическое образование для того времени в одном из арабских учебных заведений. В последующие годы Фибоначчи, став купцом, Фибоначчи также много путешествовал по странам Средиземноморья, продолжая изучение математики арабов, индейцев, греков и узнал много доселе ему неизвестного [4, 5].

В 1200 г. Фибоначчи вернулся в Пизу и на основе своих знаний и трудов арабских математиков – Мухаммед аль-Хорезми (ок. 783 – ок. 850), Абу Рейхан Бируни (973 – 1048) из Хорезма, Омара Хайями (1048 – 1131) и др., написал и издал в 1202 году свой главный трактат «Liber abaci» или трактат по расчетам (в дополненном и переработанном виде она повторно вышла в 1228 г.). Этот объемный труд, насчитывающий в печатном варианте 459 страниц, стал настоящей энциклопедией математических знаний того времени и сыграл важную роль в их распространении в странах Западной Европы в следующие несколько столетий. Работа написана на латыни и считается первым сочинением такого рода.

Трактат состоял из 15 глав и 459 печатных страниц, написан он был на латинском языке и стал настоящей энциклопедией математических знаний того времени. В трактате подробно разъяснялись не только азы науки о системах счисления, натуральных числах и действиях над ними, но и основы учения об уравнениях, т. е. алгебры. В предисловии к трактату Фибоначчи писал: "Я решился, присоединив к индийскому методу кое-что от себя, кое-что от тонкостей геометрического искусства Евклида, составить труд, который я теперь обнародую в 15 отделах, дабы род латинян не оставался более несведущим во всех этих вещах".

Следующие три книги Фибоначчи были посвящены геометрии и теории чисел: Geometrae (Практика геометрии, 1220), Flos (Цветок) и Liber Quadratorum (Книга квадратных чисел, 1225). Изданию этих книг стимулировал сам император Священной Римской империи Фридриха II (1194–1250). Здесь отметим, что император Фридриху II (с 1220 года) не признавал распространенными в то время рыцарские турниры. Вместо этого он культивировал гораздо менее кровавые математические турниры, на которых противники обменивались не ударами, а математическими задачами. На одном из таких турниров и заблистал талант Леонардо Фибоначчи [8].

Трактат «Liber abaci» явился для Европы событием особого значения. Известный немецкий историк математики Морис Кантор (1829–1920) высоко оценил трактат и назвал Фибоначчи «блестящим метеором, промелькнувшим на темном фоне западноевропейского средневековья». Трактат был рассчитана на тех, кто занимается практическим счётом — в первую очередь торговцам. Его изложение по ясности, полноте и глубине сразу стало выше всех античных и арабских прототипов. Одной из задач трактата «Книги абака» была задача на суммирование последовательностей – арифметической и геометрической прогрессий, последовательности квадратов. Кроме того, в нем имелось большое количество задач практического содержания, иллюстрировавших различные приемы решения, как арифметические, так и алгебраические, приводящие к одному или нескольким уравнениям, почерпнутых им из трудов арабских, индийских и античных математиков, а также полученных им самим.

«Книга абака“ резко возвышалась над европейской арифметико-алгебраической литературой XII—XIV веков разнообразием и силой методов, богатством задач, доказательностью изложения. Она также долгие годы оставалась источником знаний для многих математиков и сыграла заметную роль в развитии математики в Европе в XV–XVI вв. Последующие математики широко черпали из нее как задачи, так и приёмы их решения». Именно в этой книге европейцы познакомились с индусскими («арабскими») цифрами, вычислениями с натуральными числами и обыкновенными дробями. Фибоначчи был первым, кто использовал горизонтальную черту для обозначения дроби, впервые в истории математики получил рекуррентную последовательность чисел. Фибоначчи, «арифметику и алгебру линейных и квадратных уравнений изложил с непревзойденной ни ранее, ни долгое время спустя полнотой и глубиной» [4]. В последующие годы задачи и приемы их решений был использованы многими учеными при написании своих книг по математике. Так задачи из «Liber abaci» или их аналоги можно обнаружить в трудах итальянского математика Луки Пачоли (1445–1517) «Сумма арифметики» (1494), в книге «Приятные и занимательные задачи» (1612) французского математика Баше де Мизириака (1581–1638), «Арифметика» (1703) русского математика Леонтия Магницкого (1669–1739) и даже в «Полном введении в алгебру» (1768) Леонарда Эйлера (1707–1783).

По книге Фибоначчи многие поколения математиков в Европе начали изучать и внедрять индийскую десятичную позиционную систему счисления и индийских цифр (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), которые до того использовали еще римские цифры (I, V, X, D, ...). Стоить отметить также, что Фибоначчи вводит как самостоятельное число ноль (*zero*), название которого производит от *zephirum*, латинской формы «ас-сифр» (*пустой*).

Одной из задач «Liber abaci» была также задача о размножении кроликов («проблема кроликов»), которая сыграла и продолжает играть исключительную роль в теории чисел и математической теории гармонии. Суть задачи состоит в следующем: «сколько пар кроликов родится в год от одной пары, если каждая пара приносит ежемесячно по одной паре, способной в свою очередь через месяц к размножению». Решение дается в виде рекуррентной последовательностей чисел 1, 1, 2. 3. 5, 8, … , u_n, названной последовательностью чисел Фибоначчи. Каждое число после первых двух ($u_1 = 1$, $u_2 = 1$) является суммой двух членов, непосредственно предшествующих ему $u_n = u_{n-1} + u_{n-2}$. Было обнаружено, что эта последовательность имеет много красивых и значительных свойств. Так, отношения каждой пары рядом расположенных чисел u_{n+1}/u_n , в пределе ($n \to \infty$) стремятся к иррациональному числу $(1+\sqrt{5})/2 = 1{,}618... = \Phi$.

Число 1,618 было обозначено греческой буквой Ф в честь древнегреческого скульптора Фидия, использовавшего число в своих творения. Отметим также, что это отношение в эпоху Возрождения XIV – XVIвв. именовалось «Божественной пропорцией», а уже потом в XIX веке Леонардо да Винчи назвал отношение «золотым сечением».

Немецкий астроном Иоганн Кеплер (1571–1630) свое восхищение золотым сечением выразил следующими словами: «В геометрии существуют два сокровища: теорема Пифагора и деление отрезка в крайнем и среднем отношении; первое можно сравнить с ценностью золота, второе можно назвать драгоценным камнем». Профессор Н. Я. Виленкин также отмечал, что «со времен греческих математиков было известно две последовательности, каждый член которых получался по определенному правилу из предыдущих – арифметическая и геометрическая прогрессии. В задаче Леонардо появилась новая последовательность, члены которой были связаны друг с другом соотношением: $u_n = u_{n-1} + u_{n-2}$. Это была первая в истории науки формула, в которой следующий член выражался через два предыдущих. Метод рекуррентных формул оказался впоследствии одним из самых мощных для решения комбинаторных задач» [6].

В природе много примеров, отражающих закономерности последовательности Фибоначчи в строениях организмов, их эволюции, функционирования. Размножение и рост по Фибоначчи» широко распространены в природе. Пропорции золотого сечения используется в науке и технике как условия структур и оптимальных режимов работы технических объектов. Американский ученый по вычислительной технике Дональд Кнут, которого называют «отцом анализа алгоритмов», в своей книге «Искусство программирования» (2019) пишет о книге Фибоначчи: «Как ни странно, она до сих пор является прекрасным упражнением на сложение в курсе программирования». Он же отмечает, что до того, как Фибоначчи написал свою книгу, эту последовательность обсуждали индийские ученые в связи с проблемой стихосложения. В 1984 г. появилась монография А. П. Стахова (1939–2021) «Коды золотой пропорции», в которой было приведено детальное исследование кодов Фибоначчи с практическим воплощением в компьютере Фибоначчи [7].

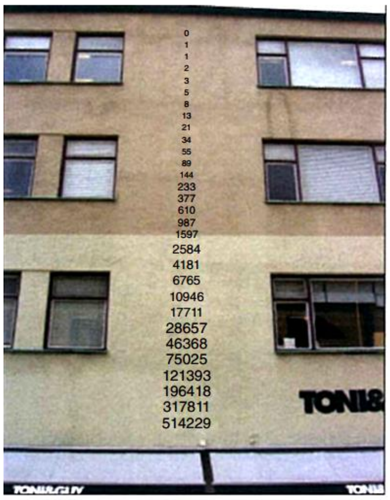
В трактате Фибоначчи рассматривается также еще одну интересную задача, которая в последующие годы привлекла внимание многих ученых. Речь идет о «задаче о выборе наилучшей системе гирь для взвешивания на рычажных весах» груза, или проще «задача о гирях». Кроме Фибоначчи, ее решением занимался знаменитый итальянский математик Лука Пачоли в своей книге «Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni et Proportionalita» (1494).

В России «задача о гирях» известна также под названием задачи Боше-Менделеева. Решение этой задачи Д. И. Менделеев (1700–1700) занимался, когда он был назначен ученым-хранителем « Депо образцовых гирь и весов», которое в 1895 г. было преобразовано в Главную палату мер и весов России. В наши годы на основе золотого сечения эта задача на была решена А. П. Стаховым.

Методологическое значение "задачи о гирях" заключается, прежде всего, в том, что она является одной из первых оптимизационных задач в истории математики. Во-вторых, она касается одной из основополагающих проблем математики древних времен – "проблемы измерения". С тех далеких времен развитие научно-технический прогресс осуществляется в неразрывной связи с золотого сечения и связанного с ним чисел Фибоначчи. Яркими примерами этого являются пирамида Хеопса, самая известная из Египетских пирамид, знаменитый греческий храм Парфенон, большинство греческих скульптур, картины Леонарда да Винчи и Рафаэля, музыкальные произведения Бетховена и Баха, поэмы Пушкина и Шота Руставели и др.

В природе также все подчинено строгим математическим принципам золотого сечения – стволы деревьев и расположение листьев на стеблях имеет строгий математический характер, Вселенная и космос также подчинены принципам золотого сечения. Гениальный русский философ Алексей Лосев (1893–1988) отмечал: «С точки зрения всей античной космологии мир представляет собой некое пропорциональное целое, подчиняющееся закону гармонического деления – «золотому сечению».

Таким образом, в течение нескольких столетий и сегодня трактат Леонардо Фибоначчи «Liber abaci» играл и играет важную роль в применении числовых последовательностях Фибоначчи и Люка во многих областях науки и техники, искусства и менеджмента и др. Отметим также, что благодарные соотечественники Фибоначчи установили рядом с пизанской башней его статую. В наши годы последовательность Фибоначчи изображена в Финляндии на трубе электростанции в г. Турку, а в Швеции – на одном из многоэтажных зданий [8, 9].

Список литературы

1 Воробьев, Н. Н. Числа Фибоначчи / Н. Н. Воробьев. – М.: Наука. 1984. – 72 с.

2 Васютинский, Н. А. Золотая пропорция / Н. А. Васютинский. – М.: Молодая гвардия, 1990. – 238 с.

3 Семенюта, Н. Ф. День Фибоначчи – праздник гармонии и красоты // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.27435, 23.11.2021.

4 Мартыненко, Г. Я. История математико-гармонических представлений: от Пифагора до наших дней / Г. Я. Мартыненко. – СПб.: Из-во ЛАЙКА, 2016. – 264 с.

5 Юшкевич, А. П. История математики с древнейших времен до начала XIX века / А. П. Юшкевич. – М.: Наука, 1972. – 352 с.

6 Виленкин, Н. Я. Комбинаторика / Н. Я. Виленкин. – М.: Физматгиз,1969. – 328 с.

7 Стахов, А. П. Коды золотой пропорции / А. П. Стахов. – М.: Радио и связь, 1984. – 152 с.

8 Koshe, T. Fibonacci and Lucas Nambers with Applications / T. Koshe. – New York : Wiley, 2001.

9 Vajda, IS. Fibonacci & Lucas Nambers and Golden Section. Theory and Applications / S. Vajda // Ellis Harward. – 1989.